

**Aufgabe 1:**

Untersuche die Lagebeziehung der folgenden Geraden zueinander und bestimme gegebenenfalls den Schnittpunkt.

$$a) \quad g: \vec{X} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ -9 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}$$

$$b) \quad g: \vec{X} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} \quad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}$$

$$c) \quad g: \vec{X} = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ -7 \end{pmatrix} \quad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}$$

**Aufgabe 2:**

Untersuche jeweils die Lagebeziehung der folgenden Geraden zueinander und bestimme gegebenenfalls den Schnittpunkt.

$$a) \quad g: \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}$$

$$b) \quad g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}$$

$$c) \quad g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}$$

**Aufgabe 3:**

Unter einem Haus sollen neue Leitungen verlegt werden. Eine Wasserleitung gibt es bereits und ihr Verlauf wird beschrieben durch die Geradengleichung

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Es soll neben der Wasserleitung eine Stromleitung verlegt werden. Diese soll parallel zu der vorhandenen Wasserleitung liegen und durch den Punkt  $P(0|-3|0)$  verlaufen. Bestimme eine Geradengleichung der Stromleitung.
- Zudem wird ein Blitzableiter in das Haus eingebaut. Der Verlauf des Blitzableiters wird beschrieben durch die Gerade

$$b: \vec{X} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimme, ob der Blitzableiter einer der beiden Leitungen schneidet.

#### Aufgabe 4:

Für die Zeit  $t > 0$  (in Minuten) werden die Positionen zweier Flugzeuge A und B beschrieben durch:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 2,0 \\ 2,0 \\ 3,0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4,0 \\ 6,0 \\ 1,0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 3,7 \\ 5,6 \\ 5,0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3,0 \\ 4,0 \\ 0,0 \end{pmatrix}$$

Die Flugzeuge werden als punktförmig angenommen. Eine Längeneinheit entspricht einem Kilometer.

- Bestimme die Geschwindigkeit von Flugzeug A sowohl in m/s als auch in km/h. Kläre welches der beiden Flugzeuge ab  $t > 0$  an Flughöhe gewinnt.
- Zeige, dass die beiden Flugbahnen nicht rechtwinklig zueinander stehen.
- Kläre, ob sich die Flugbahnen der beiden Flugzeuge kreuzen. Wenn ja, berechne den Schnittpunkt der Flugbahnen.
- Besteht die Gefahr, dass die beiden Flugzeuge miteinander kollidieren?
- Flugzeug A befindet sich an dem Koordinatenpunkt  $P(22|32|8)$ .  
An welchem Punkt befindet sich Flugzeug B zum gleichen Zeitpunkt? Berechne den Abstand der beiden Flugzeuge zu diesem Zeitpunkt.
- Stelle in Abhängigkeit der Zeit  $t$  einen Ausdruck auf, der den Abstand der beiden Flugzeuge beschreibt. Zu welchem Zeitpunkt ist der Abstand der beiden Flugzeuge am geringsten? Wie groß ist der geringste Abstand? Interpretiere dieses Ergebnis im Sachkontext.

#### Aufgabe 5:

Zwei Flugzeuge  $F_1$  und  $F_2$  bewegen sich geradlinig mit jeweils konstanter Geschwindigkeit über dem offenen Meer. In einem Koordinatensystem beschreibt dabei die  $x_1x_2$ -Ebene die Meeresoberfläche. Die Beobachtung der Flugzeuge beginnt um 14.00 Uhr.

Die Flugbahn von  $F_1$  wird beschrieben durch die Gleichung  $g_1: \vec{X} = \begin{pmatrix} 15 \\ 6 \\ 3,4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \\ 0,3 \end{pmatrix}$  wobei  $t$  die Zeit in Minuten nach Beobachtungsbeginn angibt und 1 LE einem Kilometer entspricht.

Der Punkt  $P(-17|54|3,2)$  beschreibt die Position von  $F_2$  um 14.00 Uhr, der Punkt  $Q(1|36|3,8)$  die Position von  $F_2$  um 14.03 Uhr.

- Berechne die Geschwindigkeit von  $F_1$  in km/h.  
Bestimme den Zeitpunkt, zu dem  $F_1$  eine Höhe von 4,9 km erreicht und berechne den Winkel, mit dem das Flugzeug  $F_2$  steigt.
- Die Flugbahnen von  $F_1$  und  $F_2$  schneiden sich. Aus Sicherheitsgründen müssen die Zeitpunkte, zu denen die Flugzeuge den Schnittpunkt ihrer Flugbahnen durchfliegen, mindestens eine Minute auseinander liegen. Prüfe, ob die Bedingung erfüllt ist.
- Die Position eines Ballons wird durch den Punkt  $B(6|43|4,3)$  beschrieben. Bestimme einen Zeitpunkt  $t_0$ , zu dem beide Flugzeuge denselben Abstand vom Ballon haben.