

Aufgabe 1

$$a) \quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} t=2 \\ t=5 \end{matrix} \quad \downarrow$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -9 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad s, t \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ Richtungsvektoren sind keine Vielfache voneinander

$\Rightarrow$ Geraden sind nicht parallel.

$\Rightarrow$ Gleichsetzen der Geraden

$$I, \quad -3 + 2t = 1 + 4s$$

$$II, \quad -1 - t = -9 - 5s$$

$$III, \quad 5 - t = 5 + 2s \quad \Rightarrow \quad t = -2s \quad \text{in } I,$$

$$I', \quad 2t - 4s = 4$$

$$II', \quad -t + 5s = -8$$

$$III', \quad -t - 2s = 0$$

$$I' + 2II', \quad 6s = -12 \Rightarrow s = -2$$

$$s \text{ in } II', \quad -t - 10 = 8 \Rightarrow t = -18$$

Prüfe mit III, $2 - 4 = 0 \quad \downarrow$ Die Geraden sind windschief!

$$b) \quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} s = -4 \\ s = -4 \\ s = -4 \end{matrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}; \quad s, t \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ Die Richtungsvektoren sind Vielfache voneinander

$\Rightarrow$ Die Geraden sind parallel!

Punktprobe:

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} t = 1 \\ t = 1 \\ t = 1 \end{matrix}$$

Der Aufpunkt von h liegt auf der Geraden g

$\Rightarrow g$ und h sind identisch!

$$c) \quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ -7 \end{pmatrix} \rightarrow t = \frac{5}{3} \quad \downarrow$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ -7 \end{pmatrix}; \quad s, t \in \mathbb{R} \quad \Rightarrow \text{Die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander}$$

$\Rightarrow$ Gleichsetzen der Geradengleichungen

$\Rightarrow$ Die Geraden sind nicht parallel

$$\begin{array}{lcl} \text{I,} & \frac{2}{7} - 3t & = -5s \\ \text{II,} & 1 - 3t & = 9 - 7s \\ \text{III,} & 0 - 4t & = 1 - 7s \end{array}$$

$$\text{II, - III,} \quad 1 + t = 8 \Rightarrow t = 7 \quad \text{in III,} \quad -28 = 1 - 7s \Rightarrow s = \frac{29}{7}$$

$$\text{Prüfe mit I,} \quad \frac{2}{7} - 3 \cdot 7 = -5 \cdot \frac{29}{7} \\ - \frac{145}{7} = - \frac{145}{7}$$

$\Rightarrow$ Die Geraden schneiden sich!

$$\Rightarrow \vec{s} = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 7 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{145}{7} \\ -20 \\ -28 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow S\left(-\frac{145}{7} \mid -20 \mid -28\right)$$