

Aufgabe 2

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} s=2 \\ s=-1 \end{matrix} \quad \downarrow$

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander

$\rightarrow$ Geraden sind nicht parallel!

Gleichsetzen der Geradengleichungen:

I, $-2 + 6t = -1 + 3s$

II, $2 + 2t = -1 - 2s$

III, $-5 + 3t = 2 + 2s$

II + III, $-3 + 5t = 1 \Rightarrow t = 0,8 \text{ in II,}$

$\rightarrow 2 + 1,6 = -1 - 2s \Rightarrow s = -2,3$

Prüfe mit I, $-2 + 4,8 = -1 - 6,9 \quad \downarrow$

$\Rightarrow$ Die Geraden sind windschief!

b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} t=2 \\ t=2 \\ t=2 \end{matrix}$

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad s, t \in \mathbb{R}$

Beide Geraden sind parallel, da die Richtungsvektoren Vielfache voneinander sind!

Punktprobe: z.B.: Liegt der Mittelpunkt von h in g?

$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} s=-1 \\ s=-1 \\ s=-1 \end{matrix} \quad \checkmark$

$\Rightarrow$ Die Geraden g und h sind identisch!

c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} t=2 \\ t=0,5 \\ t=1 \end{matrix} \quad \downarrow$

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad s, t \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Die Geraden sind nicht parallel, da die Richtungsvektoren keine Vielfachen voneinander sind.

Gleichsetzen der Geradengleichungen:

Einsetzen ergibt $\vec{s}$

I, $3 - t = 2 - 2s \Rightarrow \text{Prüfe mit I, } 3 + 1 = 2 + 2 \quad \checkmark$

II, $2 + 2t = 1 + s \Rightarrow 2 + 2s = 1 + s \Rightarrow s = -1 \text{ und } t = -1$

III, $4t = 4s \Rightarrow t = s \text{ in II,}$

$\Rightarrow$ Die Geraden schneiden sich im Punkt $S(4|0|-4)$!